

# Stabilität von biegesteifen oder durch Momentengelenke geschwächten und auf der Außenseite elastisch gebetteten Kreisringen unter konstantem Außendruck<sup>1)</sup>

Von Prof. Dr.-Ing. Hans Hain und Dipl.-Ing. Bernhard Falter, Technische Universität Hannover

## Übersicht

Es werden die Verzweigungslasten von Kreisringen, die auf der Außenseite elastisch gebettet sind, nach der klassischen Stabilitätstheorie ermittelt und das Verhalten im überkritischen Bereich untersucht. Im Hinblick auf praktische Anwendungen werden sowohl Kreisringe mit Momentengelenken bzw. Momentenfedergelenken als auch biegesteife Ringe betrachtet. Als Ergebnisse werden die kritischen Lasten mitgeteilt und Hinweise für ihre Anwendung bei der Berechnung von Tunnelauskleidungen und unterirdischen Behältern gegeben.

## 1. Einleitung

Die Stabilität des einseitig (außen) elastisch gebetteten biegesteifen Kreisringes ist in [1] nach der klassischen Stabilitätstheorie untersucht worden. Auf der Grundlage der dort hergeleiteten Knickdifferentialgleichungen sind in [2]<sup>2)</sup> die klassischen kritischen Lasten für solche Ringe mit zusätzlichen Momentengelenken bzw. Momentenfedergelenken ermittelt worden. Außerdem ist in [2] das überkritische Verhalten von Gelenkringen studiert worden. Der Zweck dieser Veröffentlichung ist, den Teil der in der genannten Forschungsarbeit gewonnenen Ergebnisse, der die Stabilität des elastisch gebetteten Ringes unter konstantem Außendruck betrifft, in einer für die Anwendung geeigneten Form einem größeren Leserkreis mitzuteilen. Dabei wird auf eine ausführliche Darstellung der theoretischen Herleitungen und der verwendeten numerischen Verfahren verzichtet und hierzu auf [1] und [2] verwiesen.

## 2. Klassische Stabilitätstheorie

### 2.1 Voraussetzungen

Es wird vorausgesetzt, daß

1. die Verformungen des Grundzustandes vernachlässigt werden können,
2. die Untersuchungen auf die Nachbarschaft des ersten Indifferenzpunktes beschränkt, d. h. die Verformungen beim Ausknicken als sehr klein angenommen werden können,
3. das Hookesche Gesetz gültig ist,
4. der Außendruck normalentreu und konstant über den Umfang ist und
5. in den nach außen sich verschiebenden Bereichen der Ring radiale Bettungskräfte  $\bar{p}_r = c \bar{w}$  erfährt (Winklersche Bettung).

Die Zulässigkeit der 1. Voraussetzung wurde von Kämmel [3] für den nichtgebetteten Kreisring nachgewiesen. Beim gebetteten Ring kann die bei idealer Kreisring-Geometrie auftretende konstante Radialverschiebung  $w_0 = p_0 r^2 / EF$  zu einer Spaltbildung führen, wenn das Bettungsmedium nicht entspannungsfähig ist, d. h. dieser konstanten Verschiebung nicht folgen kann. Ein Spalt würde zu einer Verringerung der Traglast des Systems führen, was nur mit Hilfe einer Theorie endlicher Verschiebungen untersucht werden kann, jedoch nicht Gegenstand dieser Veröffentlichung sein soll. Solche Untersuchungen, die zur Zeit durchgeführt werden, können auch den Einfluß der Verformungen des Grundzustandes (vgl. Voraussetzung 1) klären.

Die beim Ausknicken auftretenden Normalkraftdehnungen müssen dagegen nach [1] berücksichtigt werden, da sonst besonders bei großen Werten des Steifigkeitsparameters  $\beta = cr^4/EI$  der kritische

Druck stark überschätzt würde. Deshalb wird hier von der Bedingung  $\bar{\epsilon} = \frac{1}{r}(\bar{v} - \bar{w}) = 0$ , die von vielen Autoren bei der Analyse des freien und des gebetteten Kreisringes benutzt wurde, kein Gebrauch gemacht.

### 2.2 Differentialgleichungen und Lösungen

Unter den genannten Voraussetzungen ergeben sich die folgenden Knickdifferentialgleichungen

$$\left. \begin{aligned} \bar{w}'''' + (2 + \alpha) \bar{w}'' + (1 + \alpha + \beta) \bar{w} &= 0 \\ \bar{v}'' - \bar{w}' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1a, b)$$

Hierin bedeuten

$\bar{w}$	Radialverschiebung beim Ausknicken,
$\bar{v}$	Tangentialverschiebung beim Ausknicken,
$\alpha = \frac{p_0 r^3}{EI}$	Lastparameter,
$\beta = \frac{c r^4}{EI}$	Steifigkeitsparameter,
$c$	radialer Bettungsmodul,
$(\dots)' = \frac{d(\dots)}{d\varphi}$	(Bezeichnungen vgl. auch Bild 1).

Die Lösungen dieser Differentialgleichungen lauten in allgemeiner Darstellung

$$\bar{v} = C_1 + C_2 \left[ 1 + (1 + \alpha + \beta) \frac{I}{r^2 F} \right] + C_3 v_3(\varphi) + C_4 v_4(\varphi) + C_5 v_5(\varphi) + C_6 v_6(\varphi) \quad (2a)$$

$$\bar{w} = C_2 + C_3 w_3(\varphi) + C_4 w_4(\varphi) + C_5 w_5(\varphi) + C_6 w_6(\varphi) \quad (2b)$$

Der Aufbau der Lösungsfunktionen  $v_i(\varphi)$  und  $w_i(\varphi)$  hängt vom Verhältnis  $\alpha$  zu  $\beta$  ( $\alpha^2 > 4\beta$  oder  $\alpha^2 < 4\beta$ ) und der Bereichsart (gebettet oder nicht gebettet) ab. Die Einzelheiten sind den Arbeiten [1] und [2] zu entnehmen.

### 2.3 Rand- und Übergangsbedingungen des gelenklosen Ringes und der Gelenkkette

Zusätzlich zu den Voraussetzungen des Abschnittes 2.1 werden hier noch folgende Annahmen getroffen:

1. Der Gelenkabstand sei konstant, so daß sich der Zentriwinkel zwischen zwei Gelenken zu  $2\gamma = 2\pi/m$  ergibt ( $m = 1, 2, 3 \dots$  Gelenkanzahl).

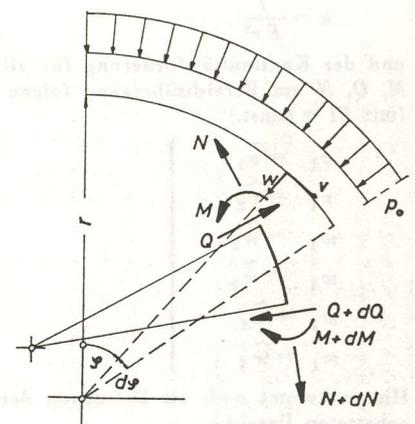


Bild 1. Koordinaten und Schnittgrößen

1) Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E. h. A. Pflüger aus Anlaß seiner Ehrenpromotion durch die Ruhr-Universität Bochum gewidmet.

2) Diese Forschungsarbeit wurde mit Hilfe von Forschungsmitteln des Landes Niedersachsen gefördert.

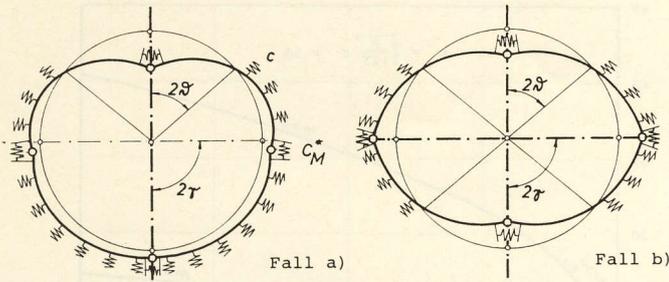


Bild 2. Mögliche Knickbiegelineien der elastisch gebetteten Gelenkkette ( $m = 4$ ) mit ein- und zwiachsiger Symmetrie

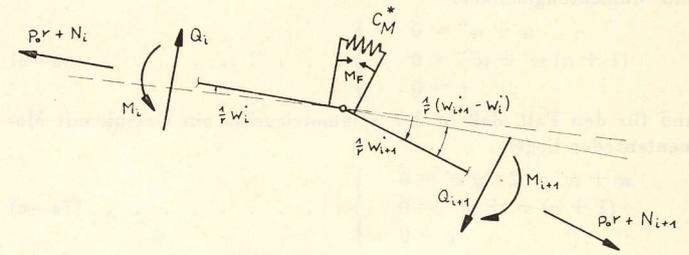


Bild 3. Gleichgewicht am Gelenkpunkt

- In den Gelenken werden linear elastische Drehmomentenfedern angesetzt, deren Drehfedersteifigkeiten  $C_{Mi}$  an den einzelnen Gelenken verschiedene Werte annehmen dürfen.
- In nichtgebetteten Bereichen darf nur ein Gelenk auftreten.
- Um die Vielzahl der möglichen Knickbiegelineien der Gelenkkette einzuschränken, wird von den Ergebnissen des gelenklosen Ringes in [1] Gebrauch gemacht, wonach sich als Eigenform mit dem niedrigsten Eigenwert die Biegelinie mit nur einer Symmetrieachse als maßgebend für mittlere und große Werte des Steifigkeitsparameters  $\beta$  herausstellte (Bild 2a). Nur bei sehr kleinen  $\beta$ -Werten bildet sich ein zusätzlicher nicht gebetteter Bereich aus (Bild 2b), wobei dann die Eigenform derjenigen des ungebetteten Kreisringes entspricht und für  $c \rightarrow 0$  gegen diese konvergiert.

Es werden Knickbiegelineien mit  $n = 1$  und  $n = \frac{m}{2}$  Symmetrieachsen untersucht ( $n =$  Anzahl der Symmetrieachsen). Für die Formulierung der Rand- und Übergangsbedingungen werden die Symmetrieeigenschaften des Systems ausgenutzt. Zwischen den Symmetrieachsen ergeben sich weitere Bereichsgrenzen, die durch den Radialverschiebungsnulppunkt und die Gelenke gebildet werden.

### 2.3.1 Übergang vom ungebetteten zum gebetteten Bereich (...)

Im folgenden werden die Querstriche zur Kennzeichnung des Nachbarzustandes weggelassen, da Größen des Grundzustandes nicht mehr auftreten.

Aus den linearen Elastizitätsgesetzen für die Schnittgrößen

$$N = \frac{EF}{r} [v' - w - k(w'' + w)] \quad (3a)$$

$$M = \frac{EI}{r^2} (w'' + w) \quad (3b, c)$$

$$Q = -\frac{EI}{r^3} [w''' + (1 + \alpha)w']$$

mit

$$k = \frac{I}{Fr^2}$$

und der Kontinuitätsforderung für alle Zustandsgrößen  $v, w, w', M, Q, N$  am Bereichsübergang folgen die Übergangsbedingungen (mit  $EI = \text{const.}$ )

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_2 \\ v_1 &= \tilde{v}_2 \\ w_1 &= w_2 \\ w_1 &= \tilde{w}_2 \\ \dots &= \dots \\ w_1 &= w_2 \\ \dots &= \dots \\ w_1 &= w_2 \end{aligned} \right\} \quad (4a-f)$$

Hierzu kommt noch als Definition der Bereichsgrenze  $\vartheta$  des ungebetteten Bereichs

$$w_1(\vartheta) = 0 \quad (4g)$$

### 2.3.2 Übergang am Gelenk

Bei einem Schnitt durch den Gelenkpunkt wird das Federmoment  $M_F$  (Bild 3), das mit dem Biegemoment des Ringes im Gleichgewicht steht, frei:

$$M_F = C_{Mi}^* \frac{1}{r} (w_{i+1} - w_i) = \frac{EI}{r^2} (w_i + w_{i+1})$$

Aus der gegebenen Momentenfedersteifigkeit  $C_{Mi}^*$  [kpcm] wird die bezogene Momentenfedersteifigkeit  $C_{Mi}$  durch die Beziehung

$$C_{Mi} = \frac{r}{EI} C_{Mi}^*$$

ermittelt. Hiermit ergeben sich unter Voraussetzung kleiner Verformungen beim Ausknicken die folgenden Bedingungen für den Übergang vom Bereich  $i$  zum Bereich  $i+1$ :

$$\left. \begin{aligned} v_i &= v_{i+1} \\ w_i &= w_{i+1} \\ v_i - kw_i &= v_{i+1} - kw_{i+1} \\ (1 + \alpha)w_i + w_i'' &= (1 + \alpha)w_{i+1} + w_{i+1}'' \\ w_i + w_i'' + C_{Mi}w_i &= C_{Mi}w_{i+1} \\ w_i' &= w_{i+1}' \end{aligned} \right\} \quad (5a-f)$$

### 2.3.3 Symmetriebedingungen

In Bild 4 sind die zu untersuchenden Symmetriebereiche für eine (Fall a) und für zwei angenommene Symmetrieachsen (Fall b) bei einem 4-Gelenkring ( $m = 4$ ) dargestellt.

Bei den Ersatzsystemen für Gelenkzahlen  $m < 4$  treten bei einem bzw. bei beiden Ersatzauflagern Querkraftgelenke auf. Dagegen müssen bei  $m \geq 4$  an beiden Auflagern Querkraft- und Momentengelenke angesetzt werden.

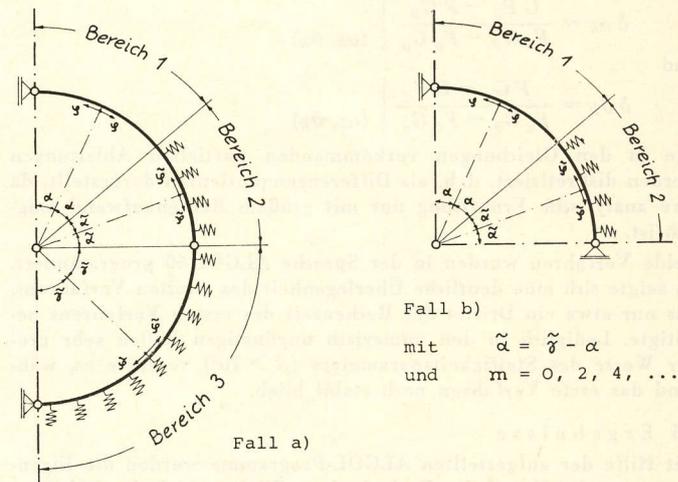


Bild 4. Ersatzsysteme für Knickbiegelineien mit einer und mit  $m/2$  Symmetrieachsen ( $m = 4$ )

Die Symmetriebedingungen lauten für den Fall eines Querkraft- und Momentengelenkes:

$$\left. \begin{aligned} w + w'' &= 0 \\ (1 + \alpha) w' + w''' &= 0 \\ v &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6a-c)$$

und für den Fall, daß in der Symmetrieachse ein Gelenk mit Momentenfeder liegt:

$$\left. \begin{aligned} w + w'' - 2 C_M w' &= 0 \\ (1 + \alpha) w' + w''' &= 0 \\ v &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7a-c)$$

2.4 Gleichungssystem und numerische Lösung der Knickbedingungen

Nach Einsetzen der Lösungsfunktionen  $v_i(\varphi)$  und  $w_i(\varphi)$  (vgl. [2], S. 36—38) in die allgemeine Lösung (2a, b) ergibt sich aus den Übergangs- und Symmetriebedingungen ein lineares, homogenes Gleichungssystem der Größe  $6 \cdot s$  ( $s$  = Anzahl der Bereiche). Hinzu kommt die Definitions-gleichung für die Grenze zwischen gebettetem und nicht gebettetem Bereich (4g)

$$w_1(\vartheta) = 0.$$

Entsprechend den Voraussetzungen der klassischen Stabilitätstheorie führt die Rechnung auf ein Eigenwertproblem, das allerdings wegen der Zusatzgleichung für die Bereichsdefinition eine Besonderheit aufweist. Da insgesamt  $(6s + 1)$  Gleichungen zur Verfügung stehen, erhält man nach Elimination der  $6s$  Integrationskonstanten ein Paar transzendenten Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} F(\alpha, \vartheta) &= 0 \\ G(\alpha, \vartheta) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8a, b)$$

zur Bestimmung des gesuchten Eigenwertes, des Parameters  $\alpha$ , der die kritische Last  $p_0$  enthält, und des ebenfalls unbekanntem Trennwinkels  $\vartheta$ . Zu jeder kritischen Last gehört eine bestimmte Größe des ungebetteten Bereichs. Es handelt sich hier also um die Aufgabe, ein „Eigenwertpaar“ zu ermitteln.

Zur numerischen Lösung dieser zweiwertigen Eigenwertaufgabe sind in [2] zwei verschiedene Verfahren entwickelt und verwendet worden. Das erste Verfahren beruht auf mechanischer Anschauung und ermittelt durch eine doppelte Iteration aus ersten Schätzwerten  $\alpha_1, \vartheta_1$  Folgen von Näherungswerten  $\alpha_2, \vartheta_2 \dots \alpha_n, \vartheta_n$ , die gegen das Eigenwertpaar  $\alpha, \vartheta$  konvergieren.

Besser noch wird diese Aufgabe von der zweiten Methode gelöst, die von einem Newton-Verfahren für Systeme von nichtlinearen Gleichungen (hier  $R^2 = \alpha - \vartheta$ -Ebene) ausgeht. Dieses Verfahren konvergiert quadratisch unter der Voraussetzung, daß genügend nahe an der exakten Lösung liegende Startwerte ( $\alpha_1, \vartheta_1$ ) bekannt sind, und lautet

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{k+1} &= \alpha_k + \delta \alpha_k(\alpha_k, \vartheta_k) \\ \vartheta_{k+1} &= \vartheta_k + \delta \vartheta_k(\alpha_k, \vartheta_k) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9a, b)$$

mit

$$\delta \alpha_k = \frac{G F_\vartheta - F G_\vartheta}{F_\alpha G_\vartheta - F_\vartheta G_\alpha} \Big|_{(\alpha_k, \vartheta_k)}$$

und

$$\delta \vartheta_k = \frac{F G_\alpha - G F_\alpha}{F_\alpha G_\vartheta - F_\vartheta G_\alpha} \Big|_{(\alpha_k, \vartheta_k)}$$

Die in den Gleichungen vorkommenden partiellen Ableitungen werden diskretisiert, d. h. als Differenzenquotienten dargestellt, da ihre analytische Ermittlung nur mit großem Rechenaufwand möglich ist.

Beide Verfahren wurden in der Sprache ALGOL 60 programmiert. Es zeigte sich eine deutliche Überlegenheit des zweiten Verfahrens, das nur etwa ein Drittel der Rechenzeit des ersten Verfahrens benötigte. Lediglich in den numerisch ungünstigen Fällen sehr großer Werte des Steifigkeitsparameters ( $\beta > 10^5$ ) versagte es, während das erste Verfahren noch stabil blieb.

2.5 Ergebnisse

Mit Hilfe der aufgestellten ALGOL-Programme wurden die Eigenwertpaare  $(\alpha, \vartheta)$  auf der Rechanlage CDC-1604 A der TU Hannover für verschiedene Kombinationen der Parameter  $n, m, \beta, k^*$  und  $C_M$  ermittelt.

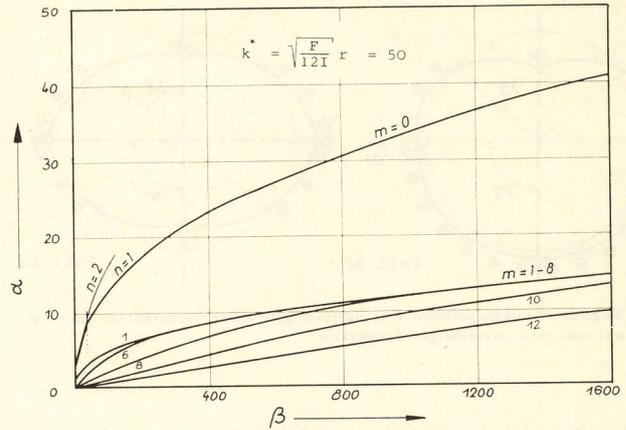


Bild 5. Kritische Lasten des einseitig gebetteten Ringes mit  $m$  Gelenken

In Übereinstimmung mit den Ergebnissen in [1] erweist sich — bis auf die Ausnahme sehr kleiner  $\beta$ -Werte — die Knickform mit nur einer Symmetrieachse als die maßgebende, die den kleinsten Eigenwert  $\alpha$  liefert.

2.5.1 Einfluß des Steifigkeitsparameters  $\beta$  und der Gelenkzahl  $m$

In Bild 5 ist  $\alpha$  über dem Steifigkeitsparameter  $\beta$  für verschiedene Gelenkzahlen aufgetragen.

Man erkennt, daß schon die Einführung eines Gelenkes zu einem starken Abfallen der kritischen Last führt. Verallgemeinert kann gesagt werden, daß der Ring mit einem Gelenk nur noch 30 bis 40% der Last des gelenklosen Ringes aufzunehmen vermag. Dagegen fällt die Knicklast für Gelenkzahlen  $m = 2$  bis 6 nicht weiter ab, d. h. der Verlauf der Eigenwerte  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $\beta$  ist mit Ausnahme kleiner  $\beta$ -Werte nahezu identisch mit der Kurve für  $m = 1$ . Erst für mehr als sechs Gelenke ergeben sich wieder nennenswerte Veränderungen der Knicklast. Dieser Sachverhalt läßt sich mechanisch deuten: Mit Ausnahme des Firstgelenkes befinden sich alle übrigen Gelenke bei  $m > 1$  voraussetzungsgemäß im gebetteten Bereich. Sie haben infolge der dämpfenden Wirkung der Bettung, die mathematisch als abfallende  $e$ -Funktionen in  $w$  und  $v$  beschrieben wird, einen mit der Entfernung vom ungebetteten Bereich abklingenden Einfluß auf diesen. Das wird auch durch die für  $m = 1$  bis 6 sehr ähnlichen Knickbiegelinien, die in Bild 6 mit normierter Firstdurchsenkung dargestellt sind, bestätigt. Wenn dagegen für  $m > 6$  die beiden dem ersten Gelenk benachbarten Gelenke näher an den ungebetteten Firstbereich heranrücken, wirken sie sich auch auf das Gesamtsystem merklich schwächend aus. Die Knicklasten sinken mit zunehmendem  $m$  weiter ab.

Bild 6 liefert auch eine Erklärung dafür, daß der Verlauf von  $\alpha$  über  $\beta$  mit wachsendem  $m$  immer geradliniger wird. Linearität zwischen  $\alpha$  und  $\beta$  bedeutet aber, daß der kritische Außendruck proportional dem Steifemodul des Bodens ist:

$$\begin{aligned} \alpha &\cong f \beta \\ p_0 &\cong \bar{f} E_s \quad \left( \text{mit } c = k \frac{E_s}{r} \right) \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

Mechanisch betrachtet, bedeutet der Wegfall der Biegesteifigkeit  $EI$  in Gleichung (10), daß der Anteil der Biegeverformung beim Knicken gegenüber dem Anteil der Starrkörperverformung der Gelenkkette vernachlässigt werden kann. Sonntag [4] kommt in seinen Ausführungen über das biegestarke Polygon mit elastischen Gelenken als Näherung für den Kreisring zu einer ähnlichen Aussage, indem er die Ergebnisse der Näherungsrechnung nur für Beulwellenzahlen  $\geq 4$  zuläßt.

Zur Absicherung der Ergebnisse wurden auch Rechnungen mit sehr kleinen Steifigkeitsparametern  $\beta$  durchgeführt, um durch Grenzübergang  $\beta \rightarrow 0$  den Vergleich mit den seit langem bekannten kritischen Lasten des freien Kreisringes [5] zu erhalten. Dabei trat auch der Fall auf, daß mehrachsige symmetrische Eigenformen die maßgebende Knicklast liefern. Da solche Untersuchungen nur für

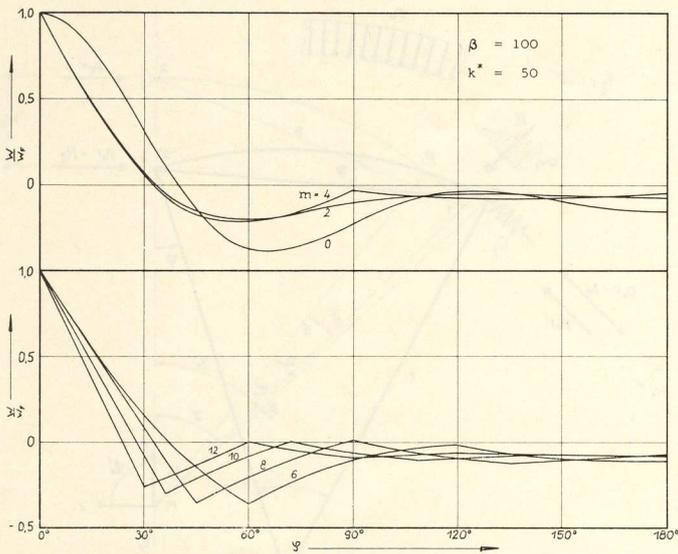


Bild 6. Knickbiegelines des einseitig gebetteten Ringes mit  $m$  Gelenken bei einachsiger symmetrischer Knickung ( $n = 1$ )

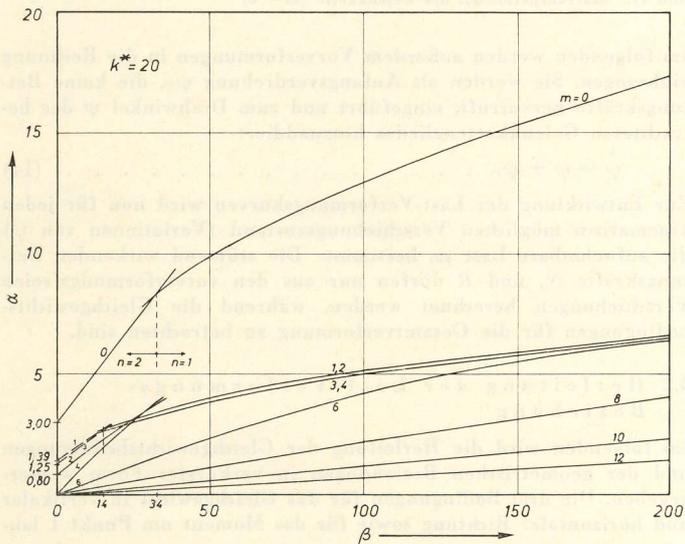


Bild 7. Kritische Lasten des einseitig gebetteten Ringes mit  $m$  Gelenken für kleine  $\beta$ -Werte

gerade  $m$  durchgeführt wurden (ausgezogene Linien in Bild 7), mußten für ungerade  $m$  im Bereich kleiner  $\beta$ -Werte auch Eigenformen mit einem zweiten Bereich nach innen gerichteter Verformungen mit Zugbettung zugelassen und zur Konvergenzbetrachtung herangezogen werden (gestrichelte Linien).

In allen Fällen zeigt sich eindeutige Konvergenz gegen die von Woinowsky-Krieger [5] angegebenen Werte:

- $m = 1 \quad \alpha = 1,39$ ,
- $m = 2 \quad \alpha = 0,80$ ,
- $m = 3 \quad \alpha = 1,25$  (symmetrisches Knicken),
- $m = 4 \quad \alpha = 0$ .

Bild 7 zeigt die kritischen Lasten für den im Tunnelbau vorherrschenden Parameterbereich  $0 < \beta < 200$ , während in Bild 8 der für den Behälterbau wichtige Bereich für  $\beta$  bis  $4 \cdot 10^5$  dargestellt ist. In Abschnitt 4 werden weitere Hinweise zum Gebrauch der Diagramme gegeben.

### 2.5.2 Einfluß der Dehnsteifigkeit

In Bild 9 ist der Einfluß der Dehnsteifigkeit auf die kritische Last als prozentuale Abweichung  $f^*$  von der größeren Knicklast des dehntarreren Ringes im logarithmischen Maßstab dargestellt. Es

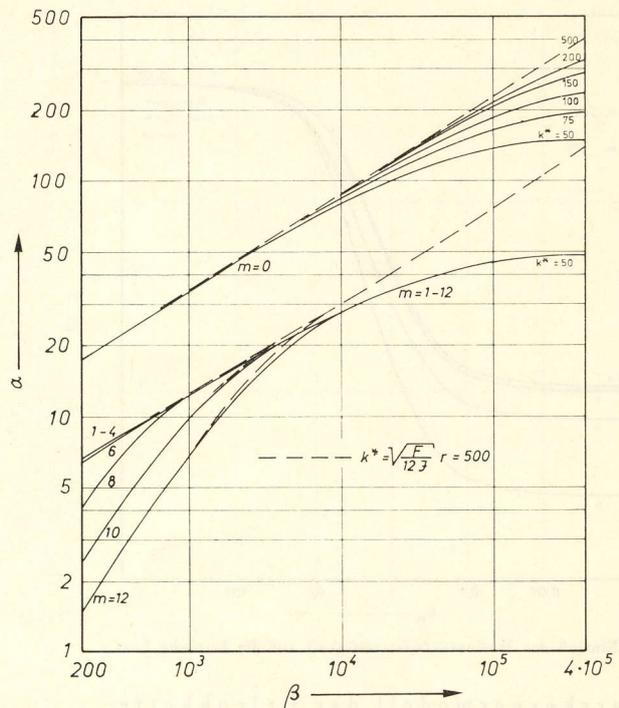


Bild 8. Kritische Lasten für große  $\beta$ -Werte und verschiedene Parameter  $k^*$

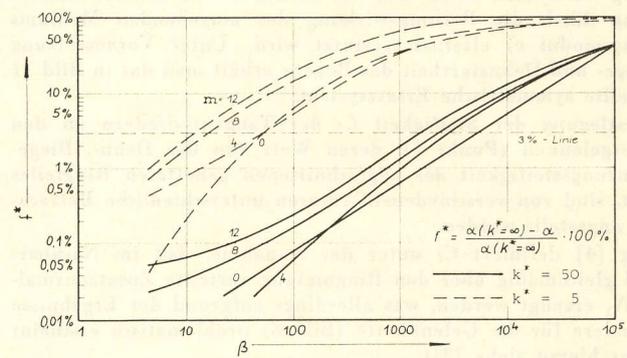


Bild 9. Einfluß der Dehnsteifigkeit auf die kritische Last

zeigt sich, daß die Dehnsteifigkeit bei kleinen Werten  $\beta$  und mittleren Werten  $k^*$  keine Rolle spielt, jedoch bei zunehmenden Werten  $\beta$  bzw. bei kleineren Werten von  $k^*$  an Einfluß gewinnt und betrachtet werden muß. Außerdem steigt der Einfluß der Dehnsteifigkeit auch mit wachsender Gelenkzahl.

### 2.5.3 Einfluß der Momentenfedersteifigkeit

Eine Variation der Momentenfedersteifigkeit von  $0 < C_M < \infty$  führt erwartungsgemäß zu den beiden Grenzwerten der Knicklast der idealen Gelenkkette bzw. des gelenklosen Ringes. In Bild 10 ist der Verlauf von  $\alpha$  über  $C_M$  für  $m = 1, 4, 6$  und  $8$  Gelenke und für den Steifigkeitsparameter  $\beta = 100$  dargestellt.

### 3. Verhalten der Gelenkkette im überkritischen Bereich

Aufgrund der im Abschnitt 2.5.1 gewonnenen Erkenntnis der Linearität zwischen kritischer Last und Steifemodul des Bettungsmediums für Gelenkketten mit mindestens vier Gelenken liegt es nahe, das Verhalten im überkritischen Bereich an einem theoretischen Starrkörpermodell näherungsweise zu untersuchen.

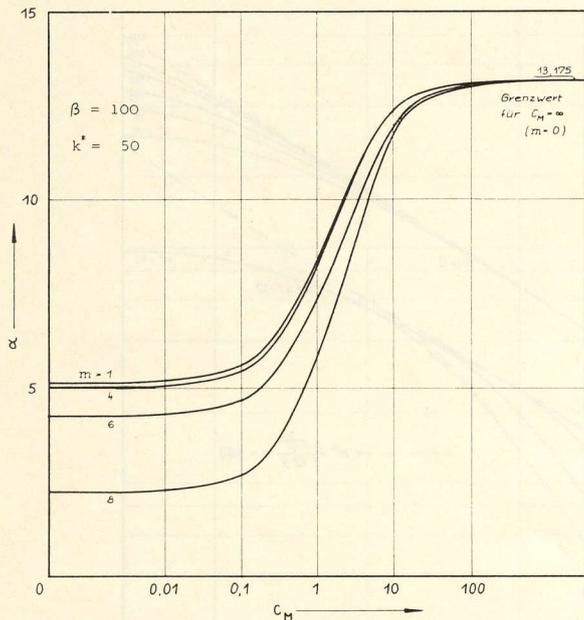


Bild 10. Einfluß der Momentenfedersteifigkeit auf die kritische Last

### 3.1 Starrkörpermodell der Gelenkkette für $m \geq 4$

Wir gehen von einem durchschlagenden Firstabschnitt aus, einem Dreigelenkbogen, der an den Kämpfergelenken in tangentialer Richtung durch eine Feder mit der Steifigkeit  $C_t$  und in radialer Richtung durch die Bettungswirkung des umgebenden Mediums (Bettungsmodul  $c$ ) elastisch gestützt wird. Unter Voraussetzung der Biege- und Dehnstarrheit des Bogens erhält man das in Bild 11 dargestellte symmetrische Ersatzsystem.

Zur Festlegung der Steifigkeit  $C_t$  der Tangentialfedern an den Kämpfergelenken (Punkt 1), deren Wert von der Dehn-, Biege- und Bettungssteifigkeit des abgeschnittenen gebetteten Ringteiles abhängt, sind von verschiedenen Autoren unterschiedliche Betrachtungen angestellt worden.

Sonntag [4] definiert  $C_t$  unter der Annahme, daß im Nachbarzustand gleichmäßig über den Ringumfang verteilte Zusatznormalkräfte  $N_1$  erzeugt werden, was allerdings aufgrund der Ergebnisse insbesondere für die Gelenkkette (Bild 6) problematisch erscheint (Näheres hierzu siehe [2]).

Klöppel/Glock [6] berechnen  $C_t$  aus einer besonderen linearen statischen Untersuchung am abgeschnittenen Systemteil, der durch eine elastisch gestützte Gelenkkette approximiert wird. Diese Näherung dürfte bei der von den Autoren angestrebten möglichst feinen Unterteilung und damit guten Übereinstimmung des Modells mit der Kreisform im Grundzustand den wahren Gegebenheiten entsprechen.

In der vorliegenden Arbeit kann eine solche zusätzliche, aufwendige Berechnung vermieden werden, wenn die Ergebnisse der Stabilitätsuntersuchungen in Abschnitt 2.5, die ja bereits vollständig den linear elastischen Einfluß des unteren Systemteils auf Punkt 1 (Bild 11) beschreiben, verwendet werden. Der Zusammenhang zwischen Radial- und Tangentialverschiebungen wird aus den beiden Eigenformen  $w(\varphi)$  und  $v(\varphi)$  für  $\varphi = \gamma$  und feste Steifigkeitsparameter  $\beta$  und Gelenkzahlen  $m$  der Knickberechnung (Index  $k$ ) entnommen und in dem linearen Ansatz

$$v_1 = \left[ \frac{v_1}{w_1} \right]_k \cdot w_1 = f_k w_1 \quad (11)$$

in die Untersuchung am Starrkörpermodell eingeführt. Die örtliche Zusatz-Normalkraft ergibt sich aus der zugehörigen Verschiebung  $w_1$  zu

$$N_1 = p_1 r = c w_1 r \quad (12)$$

Aus dem Quotienten von  $N_1$  und  $v_1$  läßt sich nun die gesuchte Federsteifigkeit ermitteln:

$$C_t = \frac{N_1}{v_1} = \frac{c r}{f_k} \quad (13)$$

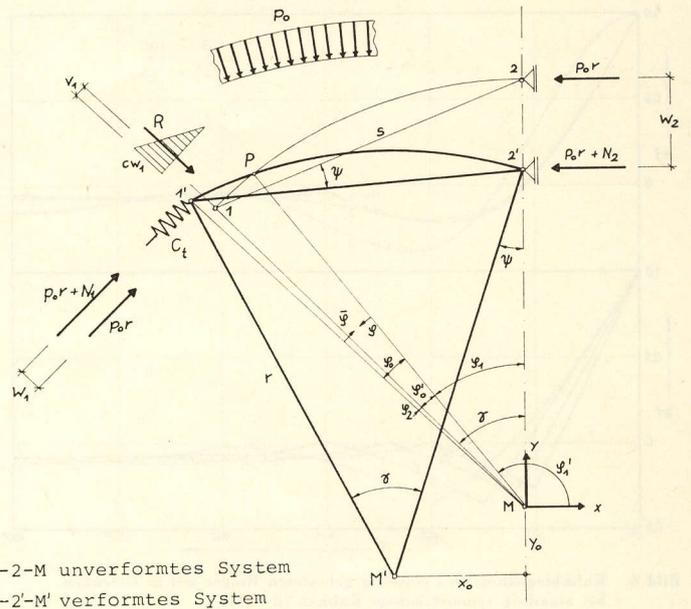


Bild 11. Starrkörpermodell der Gelenkkette ( $m = 8$ )

Im folgenden werden außerdem Vorverformungen in die Rechnung einbezogen. Sie werden als Anfangsverdrehung  $\psi_v$ , die keine Bettungskräfte hervorruft, eingeführt und zum Drehwinkel  $\psi$  des betrachteten Gelenkkettengliedes hinzuaddiert

$$\psi = \psi + \psi_v \quad (14)$$

Zur Entwicklung der Last-Verformungskurven wird nun für jeden kinematisch möglichen Verschiebungszustand (Variationen von  $\psi$ ) die aufnehmbare Last  $p_0$  bestimmt. Die stützend wirkenden Bettungskräfte  $N_1$  und  $R$  dürfen nur aus den vorverformungsfreien Verschiebungen berechnet werden, während die Gleichgewichtsbedingungen für die Gesamtverformung zu betrachten sind.

### 3.2 Herleitung der Last-Verformungs-Beziehung

Im folgenden wird die Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen und der geometrischen Beziehungen in verkürzter Form wiedergegeben. Die drei Bedingungen für das Gleichgewicht in vertikaler und horizontaler Richtung sowie für das Moment um Punkt 1 lauten mit den Bezeichnungen in Bild 11 und dem Zeichen (...) für Größen mit Vorverformungen ( $\varphi'$  rechtsdrehend mit  $M' - 1'$  als Ursprung)

$$\begin{aligned} (p_0 r + N_1) \sin \gamma - R_V - p_0 r \int_0^{\gamma} \cos(\gamma - \varphi' - \hat{\psi}) d\varphi' &= 0 \\ (p_0 r + N_1) \cos \gamma - (p_0 r + \hat{N}_2) + R_H + p_0 r \int_0^{\gamma} \sin(\gamma - \varphi' - \hat{\psi}) d\varphi' &= 0 \\ M_R - (p_0 r + \hat{N}_2) s \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2} - \hat{\psi}\right) + p_0 r^2 \int_0^{\gamma} \sin \varphi' d\varphi' &= 0 \end{aligned} \quad (15a-c)$$

Die Bettungskraftgrößen  $R_V$ ,  $R_H$  und  $M_R$  können durch Integrationen über die dreieckförmige Bettungskraftverteilung am Punkt 1 gewonnen werden:

$$\left. \begin{aligned} R_V &= \frac{c w_1}{\varphi_0} \int_0^{\varphi_0} \varphi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 - \varphi\right) r d\varphi \\ R_H &= \frac{c w_1}{\varphi_0} \int_0^{\varphi_0} \varphi \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 - \varphi\right) r d\varphi \\ M_R &= c w_1 \int_0^{\varphi_0} \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\right) r \cdot \sin \bar{\varphi} \cdot r d\bar{\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (16a-c)$$

Die Größe des gebetteten Bereichs, die sich während des Verschiebungsvorganges ändert, ergibt sich als Summe der Winkel  $\varphi'_0$  und  $\varphi_2$  (vgl. Bild 11). Dazu wird zunächst  $\varphi'_1$  aus der Lage des Schnittpunktes  $P$  der beiden Kreise um  $M$  bzw.  $M'$  ermittelt:

$$x = \cos \varphi'_1 = -\frac{x_0}{2r} - y_0 \sqrt{\frac{1}{x_0^2 + y_0^2} - \frac{1}{4r^2}} \quad (17a-e)$$

mit

$$\begin{cases} x_0 = r \sin \psi & \text{und} \\ y_0 = w_2 + r \cos \psi - r \end{cases}$$

Damit ist  $\varphi_0$  durch die Gleichung

$$\varphi_0 = \gamma - \left[ \arccos x - \frac{\pi}{2} \right] + \frac{v_1}{r} \quad (18)$$

gegeben. Eine weitere geometrische Betrachtung an den beiden Kreissegmenten 1-2-M und 1'-2'-M' (Bild 11) führt auf die vorverformungsfreie Beziehung zwischen  $w_1$ ,  $v_1$  und  $\psi$ .

$$w_1 + v_1 \cot \gamma = r \left[ \frac{\cos \left( \frac{\gamma}{2} - \psi \right)}{\cos \frac{\gamma}{2}} - 1 \right] \quad (19)$$

in die nun das lineare Federgesetz

$$v_1 = \frac{1}{C_t} N_1 \quad (20)$$

mit der durch Gleichung (13) definierten Federsteifigkeit eingesetzt werden kann.

Ausgehend von Gleichung (14a-c) erhält man nun nach einigen Umrechnungen und bei Verwendung der Abkürzungen

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\psi) &= \frac{\cos \left( \frac{\gamma}{2} - \psi \right)}{\cos \frac{\gamma}{2}} - 1 \\ \Phi_2(\hat{\psi}) &= 1 - \frac{\sin \hat{\psi} + \sin(\gamma - \hat{\psi})}{\sin \gamma} \\ \Phi_3(\hat{\psi}) &= \frac{1}{c w_1 r} \left[ R_V \cot \gamma + R_{II} - \frac{M_R}{r} \cdot \frac{1}{\cos \hat{\psi} - \cos(\gamma - \hat{\psi})} \right] \\ \Phi_4(\hat{\psi}) &= \Phi_2(\hat{\psi}) \cdot \cos \gamma - \frac{\cos \gamma - 1}{\cos \hat{\psi} - \cos(\gamma - \hat{\psi})} - \left[ \cos \gamma + \cos \hat{\psi} - \cos(\gamma - \hat{\psi}) \right] \\ \Phi_5(\hat{\psi}) &= \frac{c r}{C_t} \cot \gamma \left[ \Phi_2 \Phi_3 - \frac{R_V}{c w_1 r} \cdot \frac{\Phi_4}{\sin \gamma} \right] - \Phi_4 \end{aligned} \right\} (21a-e)$$

die gesuchte Last-Verformungs-Beziehung

$$\frac{p_0}{c r} = -\frac{\Phi_1 \Phi_3}{\Phi_5} \quad (22)$$

Hieraus kann  $p_0/cr$  in Abhängigkeit vom Winkel  $\psi$  dargestellt werden. Da aber der Zusammenhang mit der zugehörigen Firstdurchsenkung  $w_2$  gesucht ist, wird noch die Verknüpfung zwischen  $\psi$  und  $w_2$  angegeben:

$$\frac{w_2}{r} = 2 \sin \psi \tan \frac{\gamma}{2} + \frac{R_V}{r C_t} \cdot \frac{1}{\sin^2 \gamma} - \frac{p_0}{c} \frac{c}{C_t} \frac{\Phi_2}{\sin \gamma} - \Phi_1 \quad (23)$$

### 3.3 Ergebnisse

Die numerische Auswertung der Gleichung (22) führt auf die in Bild 12 für die vier Vorverformungswerte  $\psi_v = 0, 0,01, 0,02$  und  $0,03$  dargestellten Last-Verformungskurven. Es ist zu beachten, daß die Maximalwerte der Kurven bei Vorhandensein von Vorverformungen erheblich kleiner sind als die des ideal runden Systems. Deshalb wird empfohlen, bei der Beurteilung der Stabilität elastisch gebetteter Gelenkketten mit Vorverformungen zu rechnen.

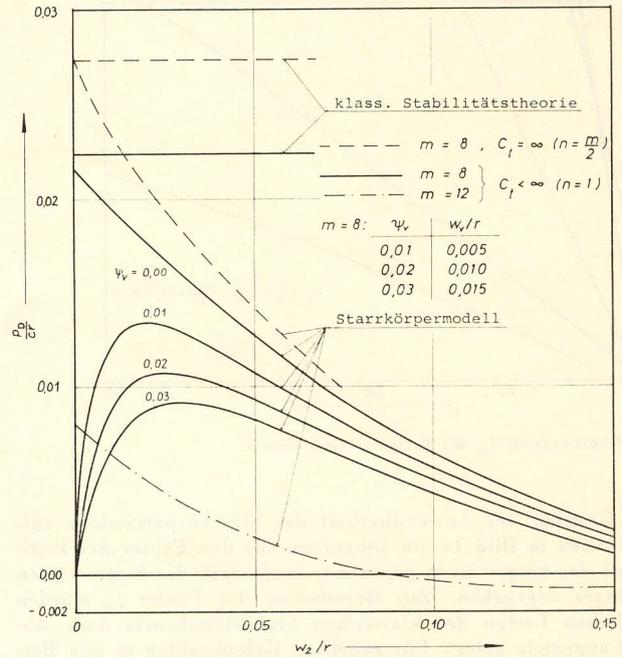


Bild 12. Last-Verformungskurven des elastisch gebetteten Ringes mit  $m$  Gelenken

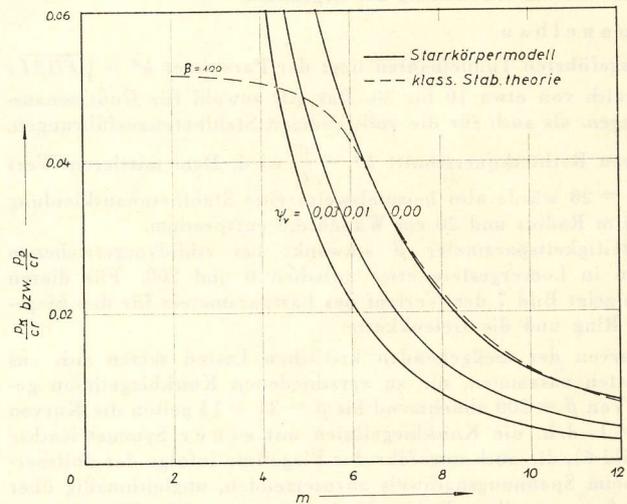


Bild 13. Vergleich der Ergebnisse der klassischen Stabilitätstheorie ( $p_K$ ) und der kritischen Werte des theoretischen Starrkörpermodells ( $p_D$ )

Die gestrichelte Kurve erhält man bei Vernachlässigung der tangentialen Nachgiebigkeit der Kämpfergelenke, wenn also  $C_t$  unendlich groß angesetzt wird. Diese Annahme ist für den Fall mehrachsig symmetrischen Durchschlagens zutreffend, während sie für den Fall einachsig symmetrischer Verformungen unzulässig ist.

Bild 13 zeigt die Abhängigkeit der kritischen Lasten des Starrkörpermodells sowie der nach der klassischen Stabilitätstheorie ermittelten Knicklasten, im folgenden mit  $p_D$  und  $p_K$  bezeichnet, von der Gelenkzahl  $m$ .

Der Ausdruck  $p_K/cr$  kann aus den  $\alpha$ -Werten der Bilder 5, 7 und 8 durch Verwendung der Abkürzungen für  $\alpha$  und  $\beta$  (vgl. Abschn. 2.2) wie folgt umgerechnet werden:

$$\frac{p_K}{c r} = \frac{1}{\beta} \cdot \alpha \quad (24)$$

Die beiden Linien für  $p_K/cr$  und  $p_D/cr$  in Bild 13 sind für Gelenkzahlen  $m \geq 6$  nahezu identisch, während sich für  $m < 6$  die Annahme fehlender Biegeverformungen des Starrkörpermodells stark verfälschend auf die Größe der Durchschlaglast auswirkt.

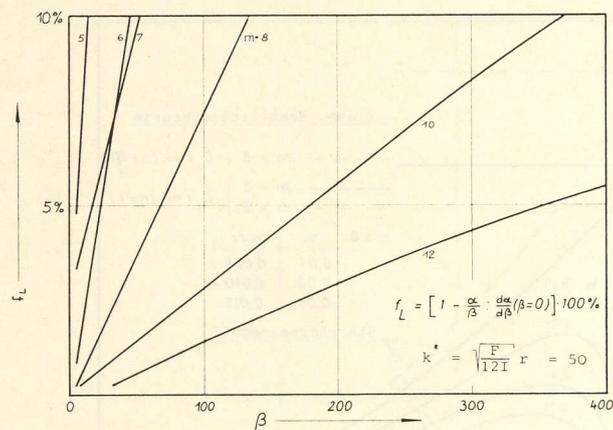


Bild 14. Nichtlinearität  $f_L$  des Verlaufs von  $\alpha$  über  $\beta$

Um die Grenzen der Anwendbarkeit des Starrkörpermodells aufzuzeigen, wird in Bild 14 ein Diagramm für den Fehler der kritischen Last des biegestarren gegenüber derjenigen des biegeweichen Gelenkringes angegeben. Zur Berechnung der Fehler  $f_L$  wurden die kritischen Lasten der klassischen Stabilitätstheorie nach Abschnitt 2 zugrunde gelegt. Für gegebene Gelenkzahlen  $m$  und Bettungsparameter  $\beta$  kann mit Hilfe von Bild 14 entschieden werden, ob eine Vernachlässigung der Biegeverformungen zulässig ist.

#### 4. Hinweise zur Anwendung der Ergebnisse

##### 4.1 Tunnelbau

Bei ausgeführten Tunnelbauten liegt der Parameter  $k^* = \sqrt{F/12I} r$  im Bereich von etwa 10 bis 30. Das gilt sowohl für Gußeisenauskleidungen, als auch für die vollwandigen Stahlbetonausführungen, bei deren Rechteckquerschnitt  $k^* = \frac{r}{t}$  wird. Dem mittleren Wert von  $k^* = 20$  würde also beispielsweise eine Stahlbetonauskleidung von 4,0 m Radius und 20 cm Wanddicke entsprechen. Der Steifigkeitsparameter  $\beta$  schwankt bei schildvorgetriebenen Tunneln in Lockergestein etwa zwischen 0 und 200. Für diesen Bereich zeigt Bild 7 den Verlauf des Lastparameters für den biegesteifen Ring und die Gelenkkette.

Die Kurven der maßgebenden kritischen Lasten setzen sich aus zwei Ästen zusammen, die zu verschiedenen Knickbiegelineien gehören. Von  $\beta = 200$  abnehmend bis  $\beta = 34 \div 14$  gelten die Kurven für  $n = 1$ , d. h. die Knickbiegelineien mit einer Symmetrieachse (vgl. Bild 6), die auch ungefähr der Biegelinie infolge der üblicherweise beim Spannungsnachweis anzusetzenden, ungleichmäßig über den Umfang verteilten Erddruckbelastung entspricht. Für kleinere Werte von  $\beta$  wird die Kurve für  $n = 2$  maßgebend, d. h. es stellt sich eine Knickbiegelineie mit zwei Symmetrieachsen ein. In diesem Bereich ist es daher übrigens nicht zulässig, die Stabilitätsuntersuchung durch eine Rechnung nach Theorie 2. Ordnung zu ersetzen. Mit Hilfe der hier angegebenen Werte läßt sich der Stabilitätsnachweis für die Tunnelauskleidung unter Radialdruck führen, wie er in den „Empfehlungen der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau zur Berechnung schildvorgetriebener Tunnel“ [7] und in den Tunnelbau-Richtlinien BOSTrab [8] des Bundesverkehrsministeriums verlangt wird. Nach den „Empfehlungen“ kann der Stabilitätsnachweis bei weitgehend rotationssymmetrischer Belastung über die kritische Beullast erbracht werden.

Liegt die Spannung im plastischen Bereich, so ist sie bei Stahl nach DIN 4114, Ri 7.42 und bei Gußeisen entsprechend abzumindern. Die erforderliche Beulsicherheit ist ebenfalls in Anlehnung an DIN 4114 zu wählen.

Der Nachweis ist für Gußeisen- und Stahlauskleidungen folgendermaßen zu führen:

1. Man entnimmt Bild 7 den maßgebenden, dem gegebenen  $\beta$ -Wert entsprechenden  $\alpha$ -Wert.
2. Aus  $\alpha = \frac{p_{Ki} r^3}{EI}$  wird  $p_{Ki}$  ermittelt.

3. Aus  $p_{Ki}$  ergibt sich die kritische Spannung

$$\sigma_{Ki} = \frac{N_{Ki}}{F} = \frac{p_{Ki} r}{F}$$

4. Liegt  $\sigma_{Ki}$  oberhalb  $\sigma_P$  (bei Gußeisen 0,5  $\sigma_{0,2}$ ), so ist die Knickspannung entsprechend abzumindern.

5. Dazu ermittelt man zunächst die Vergleichsschlankheit aus

$$\lambda_v = \frac{S_{KV}}{i} = \frac{r \pi}{\sqrt{\alpha} i}$$

und kann dann aus dem  $\sigma_K$ - $\lambda$ -Diagramm die abgeminderte Knickspannung entnehmen. Da ein solches Diagramm für Gußeisen nicht vorliegt, sollte vereinfachend eine geradlinige Übergangskurve zwischen  $\sigma_P$  und  $\sigma_{0,2}$  angenommen werden.

6. Die Knicksicherheit ergibt sich dann durch das Verhältnis der (evtl. abgeminderten) Knickspannung zur vorhandenen Spannung:

$$v_{Ki} = \frac{\sigma_{Ki}}{\text{vorh. } \sigma} = \frac{\sigma_{Ki}}{\text{vorh. } p \cdot r/F}$$

Die erforderliche Knicksicherheit sollte in Anlehnung an DIN 4114 Bl. 2, Bild 9, gewählt werden.

Bei einer Stahlbetonauskleidung ist der Nachweis entsprechend DIN 1045 (Jan. 1972), 17.4.2 zu führen. Dort heißt es, daß für den Knicksicherheitsnachweis die Knicklänge mit Hilfe der Elastizitätstheorie nach dem Ersatzstabverfahren ermittelt werden darf. Die Knicklänge wird zur Berechnung der Schlankheit und der zusätzlichen (17.4.3) bzw. der ungewollten Ausmitte (17.4.6) benötigt. Der Nachweis beginnt also wie folgt:

1. Man entnimmt Bild 7 den maßgebenden, dem gegebenen  $\beta$ -Wert entsprechenden  $\alpha$ -Wert.

2. Aus  $\alpha$  ermittelt sich die Vergleichsschlankheit aus

$$\lambda_v = \frac{r \pi}{\sqrt{\alpha} i}$$

3. Je nach Größe von  $\lambda_v \leq 70$  ist dann entsprechend DIN 1045, 17.4.3 bzw. 17.4.4 zu rechnen.

##### 4.2 Unterirdische Behälter

Bei unterirdischen kreiszylindrischen Behältern aus Stahl und glasfaserverstärktem Kunststoff, der in letzter Zeit in diesem Anwendungsbereich an Bedeutung gewinnt, schwankt der Parameter  $k^*$  etwa im Bereich zwischen 50 und 200. Der Steifigkeitsparameter  $\beta = \frac{c r^4}{EI}$  nimmt, da bei Behältern Querschnitte mit wesentlich geringeren Trägheitsmomenten auftreten und teilweise auch noch weichere Materialien verwendet werden, sehr viel größere Werte an, als sie bei Anwendungen im Tunnelbau vorkommen.

In Bild 8 ist daher der Parameter der kritischen Last  $\alpha$  für einen großen Bereich des Steifigkeitsparameters  $\beta$  und verschiedene Werte von  $k^* = \frac{r}{t}$  (als Kurvenparameter) für den biegesteifen Ring dargestellt.

Der Kurvenverlauf zeigt deutlich, daß ein Einfluß des Dehnsteifigkeitsparameters  $k^*$  beim biegesteifen Ring erst für  $\beta > 1000$  zu beobachten ist (vgl. auch Bild 9), der dann aber mit steigendem  $\beta$  stark anwächst.

Hinsichtlich der Verwendung dieser Ergebnisse zum praktischen Stabilitätsnachweis unterirdischer Behälter, der z. B. beim Werkstoff Stahl wie in 4.1 geschildert zu führen wäre, ist jedoch noch eine Einschränkung zu machen. In der vorliegenden Arbeit ist das ebene Problem des Kreisringes als Grenzfall eines unendlich langen Kreiszyinders untersucht worden. Bei einem Behälter handelt es sich jedoch um eine Zylinderschale endlicher Länge, deren Böden einen versteifenden Einfluß ausüben. Dieser die kritische Last erhöhende Einfluß der Behälterlänge ist um so größer, je kürzer der Behälter und je kleiner der Steifigkeitsparameter  $\beta$  ist. Dürkop hat in [9] umfangreiche praktische Beulversuche an gebetteten und nicht gebetteten Tanks aus glasfaserverstärktem Kunststoff beschrieben. Er gibt eine empirische Beulformel an, in die seine Versuchsergebnisse, die in [1] angegebenen Einflüsse der einseitigen Bettung auf die Knicklasten des Kreisringes und Ergebnisse von Nonhoff [10] zur Stabilität nichtgebetteter Zylinderschalen aus glasfaserverstärktem Kunststoff eingearbeitet wurden.

5. Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren zur Ermittlung der klassischen Beullasten von kreisförmigen, einseitig elastisch gebetteten Systemen beschrieben, wie sie z. B. im Tunnelbau und bei unterirdischen Behältern auftreten. Die kritischen Lasten werden für in der Praxis wichtige Parameterbereiche in graphischer Form dargestellt. Der Einfluß der Dehnsteifigkeit auf den Nachbarzustand, der bei dehnweichen Konstruktionen und zunehmenden Werten des Bettungsparameters zu erheblich kleineren kritischen Lasten führt, wird dabei berücksichtigt.

Anhand eines theoretischen Starrkörpermodells wird ferner der Verlauf der Last-Verformungskurven im überkritischen Bereich für Systeme mit mehr als vier Gelenken untersucht. Es zeigt sich, daß die vom System aufnehmbaren Lasten nach Erreichen der Verzweigungslast abfallen. Wenn Vorverformungen berücksichtigt werden, liegen die Maxima der Last-Verformungskurven deutlich unter der klassischen Beullast.

Literatur

[1] Hain, H.: Zur Stabilität elastisch gebetteter Kreisringe und Kreiszyklinderschalen. Mitt. d. Inst. f. Statik d. TU Hannover (1968), Nr. 12.

[2] Hain, H., Horst, H., Falter, B., und Thiede, R.: Beitrag zur Berechnung elastisch gebetteter kreiszylindrischer Bauwerke mit großen Verformungen. Forschungsbericht, TU Hannover 1974.  
 [3] Kämmel, G.: Der Einfluß der Längsdehnung auf die elastische Stabilität geschlossener Kreisringe. Acta Mechanica IV (1967), S. 34.  
 [4] Sonntag, G.: Stabilität des elastisch gebetteten Rohres unter Außendruck. Forsch. Ing.-Wes. 32 (1966), S. 189.  
 [5] Woinowsky-Krieger, S.: Über die Stabilität des Kreisbogenträgers mit Zwischengelenken. Der Stahlbau 10 (1937), S. 185.  
 [6] Klöppel, K., und Glock, D.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu den Traglastproblemen biegeweicher, in die Erde eingebetteter Rohre. Veröff. d. Inst. f. Statik u. Stahlbau der TH Darmstadt (1970), H. 10.  
 [7] Empfehlungen zur Berechnung von schildvorgetriebenen Tunneln. Herausgegeben vom Arbeitskreis Tunnelbau der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau. Die Bautechnik 50 (1973), H. 8.  
 [8] Richtlinien für Tunnelbauten nach der Verordnung über den Bau und Betrieb der Straßenbahnen (BOStrab). Herausgegeben vom Bundesminister für Verkehr, 1971.  
 [9] Dürkop, J.: Beitrag zur Stabilität gebetteter Zylinderschalen aus glasfaserverstärkten ungesättigten Polyesterharzen. Dissertation TH Aachen, 1974.  
 [10] Nonhoff, G.: Ein Beitrag zur Stabilitätsberechnung und Prüfung von Zylinderschalen aus glasfaserverstärktem Kunststoff unter gleichmäßigem Außendruck. Dissertation TH Aachen, 1972.

# BAUMASCHINEN UND BAUBETRIEB

## Westliche Umgehung Hamburg — neuartige Lösungen der Beleuchtungsprobleme

Am 10. Januar 1975 wurde der BAB-Abschnitt Westliche Umgehung Hamburg mit seinem Kernstück, dem „Neuen Elbtunnel“, dem Veroffiziell übergeben. Alles auf diesem BAB-Abschnitt, der einen Teil der Europastraße 3 (E3) — eine der wichtigsten Nord-Süd-Verbindungen —, aber auch eine entscheidende Entlastung für den regionalen Verkehr Hamburgs selbst darstellt, ist technisch so ausgelegt, daß man von einer Verkehrslösung auf weite Sicht sprechen

kann. Nach Schätzungen wird auf der innerstädtischen BAB-Strecke mit täglich mehr als 60 000 Fahrzeugen zu rechnen sein; auf den Strecken nördlich und südlich davon mit Verkehrsbelastungen zwischen 30 000 und mehr als 50 000 Fahrzeugen täglich.

Aus der Fülle interessanter Details, die von Straßen-, Tunnel- und Brückenbauern aufgrund neuester Erkenntnisse aus der Technik in das Gesamtprojekt eingearbeitet wurden, sollen hier nur die von

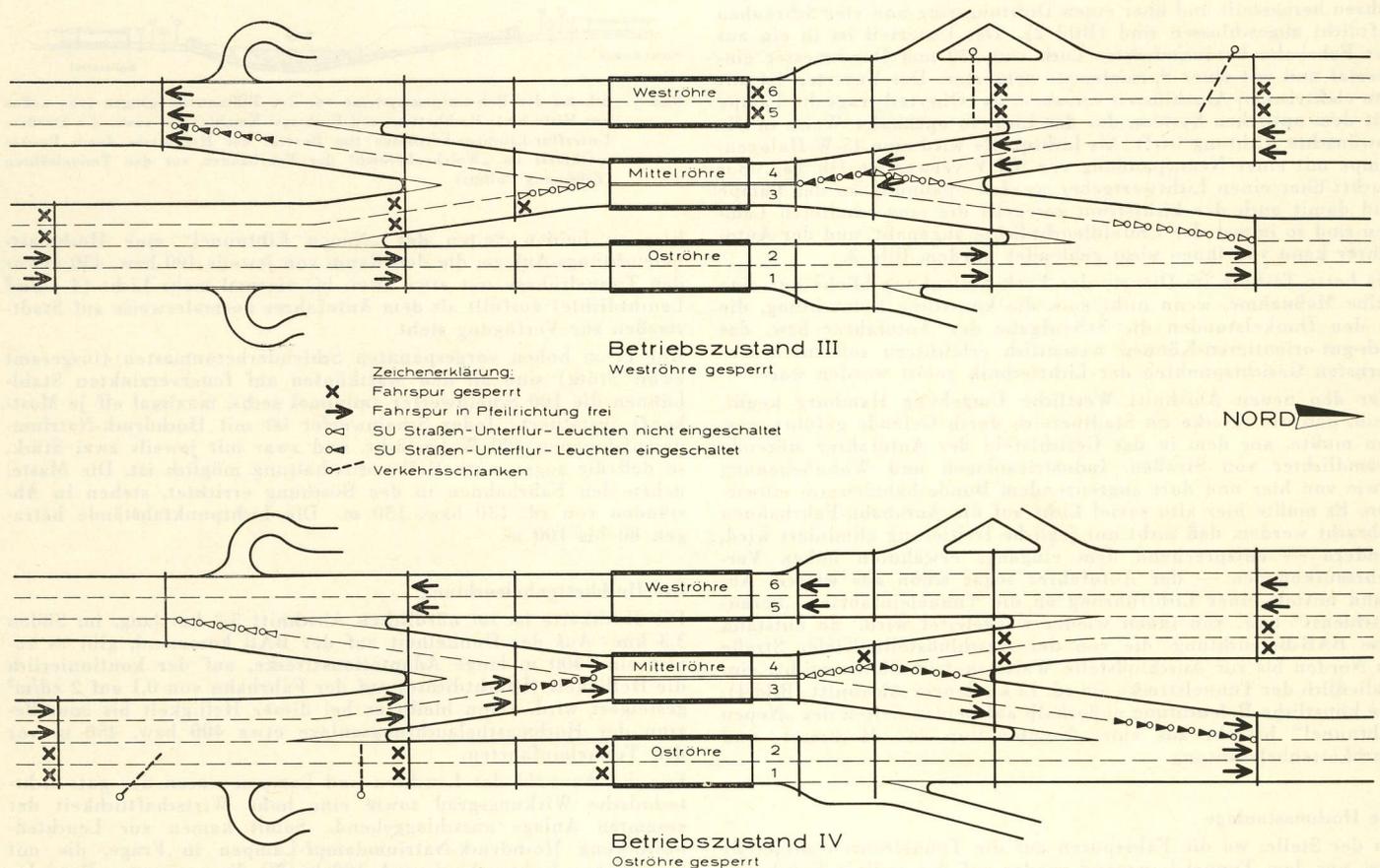


Bild 1. Zwei der vier möglichen Betriebszustände im Elbtunnel. Im Betriebszustand I wären alle drei Tunnelröhren befahrbar (der Mitteltunnel im Gegenverkehr), im Zustand II die Mittlröhre gesperrt (Zeichnung Philips)